CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS DE DEUX DIFFÉRENTES SORTES DE VERRE QUI NE PRODUISENT AUCUNE CONFUSION, NI PAR LEUR OUVERTURE, NI PAR LA DIFFÉRENTE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS, AVEC LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE D'EN FAIRE DES LUNETTES. (*)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir déjà pluſieurs fois traité cette matiere, je me vois obligé d'y revenir par les découvertes ſurprenantes qu'on vient de faire ſur la nature du verre & de ſes différentes eſpeces. Je n'ai pas honte d'avouer franchement, que les premieres nouvelles qui en ont été publiées, me parurent trop ſuſpectes, & même trop contraires aux principes les mieux établis, pour que j'aye pu y ajouter foi. Qu'il y ait deux eſpeces de verre, où la réfraction des rayons moyens ſeroit à peu près la même, pendant que celle des extremes différeroit très énormément, cela me parut choquer le bon ſens. Peut-être ne me ſerois-je jamais rendu aux preuves, que Mr. Dollond a produites pour ſoutenir cet étrange phénomene, ſi Mr. Clairaut, qui d'abord

(*) Lu en 1764.

bord n'en devoit pas être moins ſurpris, ne m'avoit très poſitivement aſſuré, que les expériences de Mr. Dollond n'étoient que trop bien fondées. Mais enfin les expériences que Mr. Zeiher vient de faire à Pétersbourg, ont achevé de me ramener de ma prévention, cet habile Phyſicien ayant inconteſtablement prouvé, que c'eſt le plomb dont on ſe ſert dans quelques compoſitions du verre, qui y produit cette bizarre qualité d'augmenter la diſperſion des rayons extremes, ſans changer ſenſiblement la réfraction des moyens. Et en augmentant la quantité du plomb dans la mixture, il eſt même parvenu à compoſer un verre, qui produit encore une plus grande diſperſion que le Flintglaſs de Mr. Dollond.

II.

Maintenant il faut donc entierement renoncer à ce principe, qui a paru juſqu'ici ſi bien fondé, que la diſperſion des rayons extremes dépend uniquement de la réfraction des rayons moyens: & on eſt obligé de convenir, que la diſperſion dépend principalement de la qualité du verre, ſans que la réfraction moyenne en ſoit ſenſiblement affectée. Pour mettre mieux dans ſon jour cette bizarre qualité, & pour la rendre applicable au calcul, conſidérons une eſpece de verre, où les rayons moyens en y entrant de l'air ſouffrent la réfraction comme $m : 1$; ou bien que le ſinus de l'angle d'incidence ſoit à celui de réfraction comme m à 1. Or, pour les rayons rouges ou les moins réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m - dm : 1$, & pour les rayons violets ou les plus réfrangibles, ſoit la réfraction comme $m + dm : 1$. Car, puiſque les rayons moyens tiennent le milieu entre les moins & les plus réfrangibles, il ſera permis d'écarter également la réfraction des extremes de celle des moyens: & outre cela il ſera également permis de regarder ces différences dans la réfraction comme très petites, & de les repréſenter par la forme différentielle dm. Cela poſé, il faut à préſent convenir que ce différentiel dm ne dépend en aucune maniere de la quantité m, mais uniquement de la qualité du verre, de ſorte que la quantité m demeurant la même, la valeur du différentiel dm puiſſe varier très conſidérablement.

III.

III.

Conſidérons maintenant deux différentes eſpeces de verre, & diſtinguons l'une par la lettre M, & l'autre par N. Or les réfractions de toutes ſortes de rayons ſoyent repréſentées ainſi:

la raiſon de réfraction de l'air dans le verre	M	N
des rayons rouges - - - - -	$m - dm : 1$	$n - dn : 1$
des rayons moyens - - - - - -	$m : 1$	$n : 1$
des rayons violets - - - - -	$m + dm : 1$	$n + dn : 1$,

où il faut remarquer, que quoique la différence entre les nombres m & n, qui répondent à la réfraction des rayons moyens, ſoit preſque inſenſible, celle des différentiels dm & dn peut être très conſidérable, attendu que Mr. Zeiher a trouvé par ſes expériences, que ſi l'eſpece M eſt compoſée d'une égale quantité de plomb & de cailloux, pendant qu'il n'y entre point de plomb dans l'eſpece N, le différentiel dm, d'où dépend la diſperſion des rayons, eſt trois fois plus grand que le différentiel dn, tandis que le nombre m ſurpaſſe à peine le nombre n. Donc, puiſqu'on peut mettre plus ou moins de plomb dans la mixture du verre M, pendant que le verre N n'en contient point du tout, on eſt en état de faire pluſieurs eſpeces de verre M, dont la diſperſion dm tienne à dn des rapports fort différens, depuis la raiſon d'égalité juſqu'à celle de 3 à 1, ſuppoſé que celle-ci ſoit la plus grande à laquelle on puiſſe atteindre en égalant la quantité du plomb à celle des cailloux. Mais, pour le deſſein que j'ai ici en vue, la raiſon de 2 à 1 n'eſt déjà que trop ſuffiſante.

IV.

Or, dès qu'on nous accorde deux eſpeces de verre M & N, où le rapport entre les diſperſions, ou de dm à dn, ſurpaſſe conſidérablement le rapport de $m - 1$ à $n - 1$, il eſt poſſible de combiner deux verres formés de ces deux eſpeces, & d'en faire un objectif compoſé, qui réuniſſe dans ſon foyer toutes les images repréſentées par les rayons différemment réfrangibles, en ſorte que l'image y ſoit auſſi pure,

que s'il n'y avoit point de diverſe réfrangibilité. Pour cet effet, il s'agit uniquement de proportionner d'une certaine façon les diſtances de foyer de ces deux verres entr'elles, ſans que les rayons des faces en ſoyent autrement déterminés, qu'autant qu'il faut pour procurer à chacun une certaine diſtance de foyer. Donc, en ne donnant aux faces que des figures ſphériques, on eſt en état de les déterminer en ſorte, que la confuſion cauſée par la figure ſphérique, & de là par l'ouverture des verres, ſoit auſſi réduite à rien, ou bien que tant les rayons qui paſſent par le milieu des verres, que ceux qui paſſent près de leurs bords, repréſentent dans leur foyer la même image. De tels verres objectifs compoſés ſeront donc portés au plus haut degré de perfection qu'on puiſſe ſouhaiter, puiſque tant la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons, que celle qui provient de la figure des verres, y eſt entierement détruite: de ſorte qu'un tel objectif ſera ſuſceptible d'une auſſi grande ouverture que la courbure de ſes faces le permet, ſans qu'on ait à craindre le moindre inconvenient.

V.

Explication du ſujet.

Planche XI. Fig. 1.

Pour trouver de tels objectifs délivrés de toute confuſion, il faut commencer par la conſidération de deux verres quelconques MM & NN, diſpoſés ſur le même axe EF, dont celui là ſoit fait de l'eſpece de verre marquée ci-deſſus par la lettre M, & celui-ci de l'eſpece N. J'enviſage l'un & l'autre de ces deux verres comme convexe des deux côtés, & je nommerai les rayons de leurs faces, de MAM $= a$; de MBM $= b$; de NCN $= c$; de NDN $= d$. Or pour l'épaiſſeur de chacun je la ſuppoſe ſi petite, qu'on la puiſſe négliger dans le calcul; mais outre cela je tiendrai auſſi compte de la diſtance entre ces deux verres, que je nommerai BC $= u$.

Cela poſé, je conçois ſur l'axe en E un point lumineux dont la diſtance avant le premier verre MM ſoit EA $= e$, & je chercherai la route des rayons qui paſſent par le verre MM à la diſtance AX $= x$ de l'axe. Comme tous ces rayons en paſſant par le premier verre

MM

MM ſouffrent la même réfraction, ſoit F le point où ils concourroient avec l'axe s'ils ne paſſoient pas par l'autre verre NN, & je nommerai la diſtance $BF = f$. Or, puiſque ces mêmes rayons rencontrent le ſecond verre NN à la diſtance de l'axe $CY = y$, ſoit G le point de leur réunion avec l'axe, après avoir paſſé par ce ſecond verre, & nommons la diſtance $DG = g$.

Maintenant la queſtion revient à déterminer les conditions en ſorte, que le point G demeure invariable, quoiqu'on change tant la réfraction de chaque verre, que l'éloignement $AX = x$.

VI.

De la réfraction par la premiere face MAM.

Soit a le centre de la premiere face MAM, & partant le rayon $Aa = Xa = a$: & cherchons dabord le point O, où les rayons réfractés par cette ſeule face ſe réuniſſent avec l'axe, & poſons la diſtance $AO = z$. Ayant tiré du point X à l'axe la perpendiculaire $XP = x$, on aura la flêche $AP = \frac{xx}{2a}$ aſſés exactement pour les cas où l'angle AaX eſt auſſi petit qu'il faut abſolument le ſuppoſer dans cette recherche. Fig. 2.

Donc, puiſque $EA = e$, nous aurons $EP = e + \frac{xx}{2a}$, & partant $EX = \sqrt{(ee + \frac{exx}{a} + xx)} = e + \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2e}$: enſuite, à cauſe de $OP = z - \frac{xx}{2a}$, nous aurons ſemblablement

$$XO = \sqrt{(zz - \frac{2xx}{a} + xx)} = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z}.$$

Or la réfraction des rayons moyens ſe faiſant ſelon le rapport $m : 1$, de ſorte que $\sin EXa : \sin OXa = m : 1$, la Géométrie nous fournit cette proportion:

$$m : 1 = Ea \cdot XO : Oa \cdot EX = (e + a)XO : (z - a)EX,$$

d'où nous tirons

$$m\ (z-a)\left(e+\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2e}\right)=(e+a)\left(z-\frac{xx}{2a}+\frac{xx}{2z}\right).$$

Diviſons cette équation par eaz, pour avoir

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}+\frac{xx}{2ee}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}\right).$$

Donc, ſi xx évanouiſſoit, nous aurions

$$\frac{m}{a}-\frac{m}{z}=\frac{1}{a}+\frac{1}{e},\ \text{\& partant}\ \frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me},$$

& cette valeur de $\frac{1}{z}$ approche déjà tant de la vérité, quoique l'intervalle $AX=x$ ne ſoit pas évanouiſſant, qu'il ſuffira de ſe ſervir de cette valeur dans les termes $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}$, qui ſont déjà ſi petits d'eux-mêmes.

VII.

Donc, puiſque $-\frac{xx}{2az}+\frac{xx}{2zz}=-\frac{1}{2}xx\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\frac{1}{z}$, à cauſe de $\frac{1}{a}-\frac{1}{z}=\frac{1}{ma}+\frac{1}{me}$, cette quantité deviendra

$$-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{m-1}{a}-\frac{1}{e}\right)=-\frac{xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{aa}+\frac{m-2}{ae}-\frac{1}{ee}\right),$$

& partant notre équation ſera

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)\left(1+\frac{xx}{2ae}-\frac{xx}{2ee}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1-\frac{(m-1)xx}{2mmaa}-\frac{(m-2)xx}{2mmae}+\frac{xx}{2mmee}\right).$$

Divi-

Diviſons cette équation par $1 + \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, ou ce qui revient au même, multiplions-la par $1 - \frac{xx}{2ae} + \frac{xx}{2ee}$, & négligeant les quarrés quarrés de x, nous aurons:

$$m\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{z}\right)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(1+\frac{(m-1)xx}{2mmaa}-\frac{(mm+m+2)xx}{2mmae}+\frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

d'où nous tirons enfin

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{1}{m}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{(m-1)xx}{2mmaa}+\frac{(mm-m+2)xx}{2mmae}+\frac{(mm-1)xx}{2mmee}\right),$$

ou bien

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)\left(\frac{1}{aa}+\frac{m+2}{ae}+\frac{m+1}{ee}\right),$$

qui ſe réduit à cette forme plus ſimple,

$$\frac{1}{z}=\frac{m-1}{ma}-\frac{1}{me}+\frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right),$$

d'où l'on voit, combien la diſtance $AO = z$ varie à cauſe de l'éloignement $AX = x$ de l'axe, où les rayons du point E tombent ſur la face MAM: & puiſque les termes qui renferment le quarré xx ſont toujours très petits, l'équation que nous venons de trouver pour la valeur de z ne ſauroit être plus ſimple.

VIII.

De la réfraction par le premier verre MM.

Or ces rayons, qui par la premiere réfraction ſe réuniroient avec l'axe au point O, ſont réfractés par la ſeconde face MBM au point F, ayant poſé la diſtance $BF = f$. Donc réciproquement, s'il

y avoit en F un point lumineux, les rayons qui en tomberoient ſur la face MBM dont le rayon eſt $= b$, à la diſtance $Bx = x$ de l'axe, en ſeroient réfractés au même point O, d'où l'évolution du cas précédent s'appliquera aiſément à celui-ci, en écrivant au lieu des lettres e, a & z, celles-ci, f, b & $-z$, puiſqu'ici le point O tombe du même côté que le point lumineux F. Donc, parce que la réfraction ſuit la même raiſon $m : 1$, & qu'à cauſe que nous négligeons l'épaiſſeur du verre AB, la diſtance Bx eſt auſſi $= x$, nous aurons cette formule,

$$-\frac{1}{z} = \frac{m-1}{mb} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)xx}{2m^3}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right),$$

qui étant ajoutée à la précédente fournit celle-ci,

$$\frac{m-1}{a}+\frac{m}{b}-\frac{1}{e}-\frac{1}{f}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)\Bigg\} = 0,$$
$$+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{b}+\frac{m+1}{f}\right)\Bigg\}$$

d'où il faut à préſent conclure la valeur de f, ou la diſtance $BF = f$.

IX.

Pour cet effet, j'obſerve encore, que puiſque les termes affectés par xx ſont fort petits, il y aura fort à peu près $\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a} + \frac{m-1}{b} - \frac{1}{e}$, & partant il ſuffira d'écrire cette valeur au lieu de $\frac{1}{f}$, dans les petits termes affectés par xx, d'où nous tirerons cette égalité,

$$\frac{1}{f} = \frac{m-1}{a}+\frac{m-1}{b}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{1}{a}+\frac{m+1}{e}\right)$$
$$+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m-1}{a}+\frac{m}{b}+\frac{1}{e}\right)^2\left(\frac{mm-1}{a}+\frac{mm}{b}-\frac{m-1}{e}\right),$$

& pour la réduire à une forme plus commode, poſons

$\frac{1}{a}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{a}+\frac{1}{e}=\frac{1}{r}$, de ſorte que

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{r}-\frac{1}{e} \quad \& \quad \frac{1}{b}=\frac{1}{p}-\frac{1}{r}+\frac{1}{e},$$

& notre équation deviendra,

$$\frac{1}{f}-\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mm}\cdot\frac{1}{rr}\left(\frac{1}{r}+\frac{m}{e}\right)+\frac{(m-1)xx}{2mm}\left(\frac{m}{p}-\frac{1}{r}\right)^2\left(\frac{mm}{p}-\frac{1}{r}-\frac{m}{e}\right),$$

qui ſe réduit à celle-ci

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\frac{(m-1)xx}{2mp}\left(\frac{m^3}{p^2}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}+\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right).$$

Voilà donc une formule aſſez ſimple, qui nous indique le lieu de l'image F formée par les rayons du point lumineux E, qui tombent ſur le verre MM à la diſtance $AX=x$ de l'axe EF, la diſtance de l'objet E avant le verre étant $AE=e$, & celle de l'image F derriere le verre $BF=f$.

X.

De la réfraction par les deux verres MM *&* NN *enſemble.*

Conſidérons maintenant les deux verres MM & NN enſemble, entre leſquels l'intervalle BC eſt ſuppoſé $=u$, & puiſque le premier verre MM repréſente l'image de l'objet E en F, dont je viens de déterminer le lieu F, en ſuppoſant que le ſecond verre NN la réduiſe en G, on peut regarder la choſe comme ſi l'objet étoit en G, à la diſtance $DG=g$, & alors il faut que l'image en ſoit réduite au même point F par la réfraction du ſecond verre NN. Donc, pour appliquer à ce cas la formule déjà trouvée, au lieu de e il faut écrire g, & au lieu des rayons a & b, les rayons d & e; or alors la diſtance DF devenant $=f-u$, au lieu de f nous devons écrire $-f+u$, & enfin n & y au lieu de m & x. Cela remarqué, en ſuppoſant: Fig. 1

$$\frac{1}{d}+$$

$\frac{1}{d}+\frac{1}{c}=\frac{1}{q}$, & $\frac{1}{d}+\frac{1}{g}=\frac{1}{s}$, ou bien

$$\frac{1}{d}=\frac{1}{s}-\frac{1}{g} \quad \& \quad \frac{1}{c}=\frac{1}{q}-\frac{1}{s}+\frac{1}{g},$$

nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\frac{(n-1)yy}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right),$$

où il faut remarquer que les intervalles x & y dépendent en ſorte l'un de l'autre, que $x : y = f : f - u$.

XI.

Soit, tant pour abréger que pour profiter mieux de ces formules,

$$\frac{m-1}{2mp}\left(\frac{m^3}{pp}-\frac{m(2m+1)}{pr}+\frac{m+2}{rr}-\frac{mm}{pe}+\frac{2m}{re}\right)=\mathrm{P}, \;\&$$

$$\frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq}-\frac{n(2n+1)}{qs}+\frac{n+2}{ss}-\frac{nn}{qg}+\frac{2n}{sg}\right)=\mathrm{Q},$$

& nos deux équations, d'où il faut tirer la ſolution de notre probleme, ſeront,

$$\frac{1}{f}=\frac{m-1}{p}-\frac{1}{e}+\mathrm{P}xx, \;\&\; \frac{1}{u-f}=\frac{n-1}{q}-\frac{1}{g}+\mathrm{Q}yy,$$

qui étant renverſée donnent

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p+\mathrm{P}pexx} \;\&\; u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q+\mathrm{Q}qgyy};$$

ou bien, à cauſe de la petiteſſe des termes affectés par xx & yy,

$$f=\frac{pe}{(m-1)e-p}-\frac{\mathrm{P}ppeexx}{((m-1)e-p)^2}, \;\&$$

$$u-f=\frac{qg}{(n-1)g-q}-\frac{\mathrm{Q}qqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

d'où

d'où nous tirons, en éliminant la diſtance f,

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{P\,ppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Q\,qqggyy}{((n-1)g-q)^2}.$$

XII.

Rejettons d'abord les termes affectés par xx & yy, comme très petits, pour avoir à peu près

$$f = \frac{pe}{(m-1)e-p} \text{ \& } u - f = \frac{qg}{(n-1)g-q},$$

& ces valeurs nous découvriront aſſez exactement le rapport entre les quantités x & y, d'où nous tirons

$$y = \frac{f-u}{f}x = -\frac{qg\,((m-1)e-p)}{pe\,((n-1)g-q)}x,$$

& de là notre équation ſe changera en cette forme:

$$u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q} - \frac{P\,ppeexx}{((m-1)e-p)^2} - \frac{Qq^4g^4((m-1)e-p)^2xx}{ppee((n-1)g-q)^4},$$

dont la valeur doit reſter la même, ſoit qu'on faſſe varier les réfractions m & n en ſubſtituant à leur place $m \pm dm$ & $n \pm dn$, ſoit qu'on varie la valeur de xx depuis zéro juſqu'à la plus grande ouverture dont ces verres ſont ſuſceptibles. Cette derniere circonſtance demande abſolument qu'il ſoit

$$\frac{P\,p^4e^4}{((m-1)e-p)^4} + \frac{Q\,q^4g^4}{((n-1)g-q)^4} = 0,$$

& alors on aura $u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}$.

XIII.

Deſtruction de la confuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons.

Il faut d'abord remarquer que, ni la diſtance entre les verres BC $= u$, ni les rayons des faces a, b, c, d, ne dépendent de la réfraction, & puiſque tant la diſtance de l'objet AE $= e$, que le lieu de l'image G ou la diſtance DG $= g$ doit demeurer la même, les quantités p, q, r, s doivent être traitées comme conſtantes, de ſorte que l'équation $u = \frac{pe}{(m-1)e-p} + \frac{qg}{(n-1)g-q}$, ne renferme que les deux quantités variables m & n, d'où la différentiation donne

$$\frac{pe\,dm}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qg\,dn}{((n-1)g-q)^2} = 0.$$

Or, par la nature des deux eſpeces de verre M & N, le rapport de dm à dn, qui eſt celui de la diſperſion, eſt donné: donc, ſi nous poſons $dm = \lambda dn$, nous aurons cette équation

$$\frac{\lambda pe}{((m-1)e-p)^2} + \frac{qg}{((n-1)g-q)^2} = 0,$$

d'où l'on doit déduire le rapport entre les lettres p & q, en conſidérant les diſtances e & g comme données.

XIV.

Suppoſons $\frac{pe}{(m-1)e-p} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{qg}{(n-1)g-q} = \frac{1}{2}(u-t)$, & de là nous tirons,

$$p = \frac{(m-1)e(u+t)}{2e+u+t};\ (m-1)e-p = \frac{2(m-1)ee}{2e+u+t},$$

$$q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t};\ (n-1)g-q = \frac{2(n-1)gg}{2g+u-t},$$

&

& puiſque la premiere équation eſt remplie par cette poſition, la derniere ſe réduit à cette forme,

$$\frac{\lambda(u+t)(2e+u+t}{(m-1)e} + \frac{(u-t)(2g+u-t)}{(n-1)g} = o,$$

d'où l'on trouve la valeur de t,

$$t = \frac{(m-1)eu \cdots \lambda(n-1)gu-(\lambda(n-1)-m+1)eg \pm V((\lambda(n-1)\cdot m+1)^2 eegg-4\lambda(m-1)(n-1)egu(e+g+u)^2}{\lambda(n-1)g+(m-1)e}.$$

& partant, dès que les diſtances e & g, avec l'intervalle des verres $BC = u$, ſont données, on tire une double valeur pour t, & de là on définira les quantités p & q.

XV.

Mais, comme il s'agit de verres objectifs pour des lunettes, la diſtance des objets $AE = e$, peut être regardée comme infinie, & cette circonſtance nous conduit à cette expreſſion,

$$t = \frac{(m-1)(u+g)-\lambda(n-1)g \pm V((\lambda(n-1)-m+1)^2 gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

d'où il eſt clair, qu'il faut de toute néceſſité qu'il ſoit

$$u < \frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2 g}{4\lambda(m-1)(n-1)},$$

ou bien l'intervalle entre les verres ne doit pas ſurpaſſer cette limite. Or, ayant trouvé la quantité t, on aura,

$$p = \tfrac{1}{2}(m-1)(u+t), \text{ \& } q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t},$$

d'où les diſtances de foyer de nos deux verres MM & NN ſont déterminées, puiſque la diſtance de foyer du premier verre MM eſt $=$

$$\frac{p}{m-1} = \tfrac{1}{2}(u+t), \text{ \& celle de l'autre } = \frac{q}{n-1} = \frac{g(u+t)}{2g+u-t}.$$

Il eſt auſſi bon de remarquer, que par là un certain rapport entre les

deux faces de chaque verre eſt établi, puiſque nous avons poſé $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{q}$, de ſorte que regardant l'une comme donnée, on en peut trouver l'autre. Il reſte donc encore deux quantités laiſſées à notre volonté, qui nous mettent en état de ſatisfaire à l'autre condition, qui demande que la confuſion cauſée par l'ouverture des verres ſoit réduite à rien.

XVI.

Réflexion ſur le cas où $\lambda (n - 1) = m - 1$.

Le cas $\lambda (n - 1) = m - 1$, ou bien $\frac{dm}{dn} = \frac{m-1}{n-1}$, à cauſe de $\lambda = \frac{dm}{dn}$, nous fournit la plus importante réflexion, puiſqu'alors il faut de toute néceſſité, que l'intervalle entre les verres $BC = u$ ſoit zéro; or de là il s'enſuit auſſi $t = o$, & ainſi tant $p = o$ que $q = o$, ou bien la diſtance de foyer de l'un & de l'autre verre, doit être infiniment petite; ce qui eſt une marque, que dans ce cas il eſt abſolument impoſſible de délivrer le verre objectif de la confuſion cauſée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc cette délivrance ne ſauroit réuſſir, qu'entant que la raiſon entre les diſperſions $dm : dn$ eſt différente de la raiſon $m - 1 : n - 1$, & de là on comprend auſſi aiſément, que pour cet effet la différence entre ces deux raiſons doit être aſſez conſidérable, afin que les diſtances de foyer de nos deux verres ne deviennent pas trop petites, puiſqu'alors on retomberoit dans un autre inconvénient, qui eſt, que les verres à cauſe de la trop grande courbure de leurs faces ne ſeroient pas ſuſceptibles d'une ouverture ſuffiſante. Donc, à moins qu'on n'ait deux eſpeces de verre, où le rapport entre les diſperſions $dm : dn$ differe aſſez conſidérablement du rapport $m - 1 : n - 1$, il eſt impoſſible de remédier à l'inconvénient de la diverſe réfrangibilité des rayons.

XVII.

XVII.

Développement du cas où l'intervalle entre les deux verres évanouit.

Or, pourvu que la quantité $\lambda\,(n-1)-m+1$ ſoit aſſez conſidérablement ou plus grande ou plus petite que zéro, la conſtruction de tels objectifs, que nous avons en vue, réuſſit: alors il ſe préſente deux cas, qui méritent principalement notre attention, l'un eſt où la diſtance entre les verres $BC = u$ eſt la plus petite, ou zéro, & l'autre où elle eſt la plus grande que les circonſtances admettent. Soit donc pour le premier cas $BC = u = o$, & notre équation fournit deux valeurs pour la quantité t, qui ſont,

$$1^{\circ}.\ t = o,\ \&\ 2^{\circ}.\ t = \frac{2\,(m-1)-2\lambda\,(n-1)}{m-1}\,g,$$

dont la premiere $t = o$ eſt inutile, puiſque les diſtances de foyer de nos deux verres ſeroient réduites à zéro. Ce n'eſt donc que l'autre valeur $t = 2g - \frac{2\lambda\,(n-1)}{m-1}g$, qui puiſſe être employée, laquelle à cauſe de $u = o$, donne

$$p = (m-1-\lambda(n-1))g,\ \&\ q = -\frac{1}{\lambda}(m-1-\lambda\,(n-1))\,g,$$

& partant la diſtance de foyer

du premier verre MM $= \frac{m-1-\lambda\,(n-1)}{m-1}g$, &

de l'autre verre NN $= -\frac{m+1+\lambda\,(n-1)}{\lambda\,(n-1)}g$,

de ſorte que la diſtance de foyer du premier verre MM, doit être à celle de l'autre, comme $\frac{1}{m-1}$ à $-\frac{1}{\lambda\,(n-1)}$, ou bien comme $\frac{dm}{m-1}$

$\frac{dm}{m-1}$ à $-\frac{dn}{n-1}$. D'ailleurs on voit, que ſi le premier eſt convexe, l'autre doit être concave, & réciproquement.

XVIII.

Développement du cas, où l'intervalle entre les deux verres eſt le plus grand qu'il ſoit poſſible.

La plus grande valeur qu'on puiſſe donner à la diſtance entre les verres eſt $u = \frac{(\lambda(n-1)-m+1)^2}{4\lambda(m-1)(n-1)}g$, qui réduit les deux valeurs de la quantité t à une ſeule, qui eſt

$$t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(3\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

d'où l'on tire

$$u+t = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{2\lambda(m-1)(n-1)}g, \text{ \&}$$

$$u-t = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{m-1}g, \text{ \& } 2g+u-t = \frac{\lambda(n-1)+m-1}{m-1}g.$$

Maintenant ces valeurs donnent

$$p = t - \frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(n-1)}g = \frac{(m-1)^2-\lambda\lambda(n-1)^2}{4\lambda(n-1)}g,$$

$$\& \; q = \frac{(n-1)(\lambda(n-1)-m+1)}{\lambda(n-1)+m-1}g,$$

ou bien les diſtances de foyer

$$\text{du verre MM} = -\frac{(\lambda(n-1)-m+1)(\lambda(n-1)+m-1)}{4\lambda(m-1)(n-1)}g,$$

$$\text{\& du verre NN} = \frac{\lambda(n-1)-m+1}{\lambda(n-1)+m-1}g,$$

dont

dont celle-ci eſt plus petite que dans le cas précédent; or celle-là n'eſt plus petite que lorſque $3\lambda(n-1) > m-1$, ce qui doit arriver preſque toujours.

XIX.

Sur la grandeur de l'image repréſentée en G.

Puiſque notre objectif eſt compoſé de deux verres, on ne le ſauroit conſidérer comme un ſeul, pour juger par-là enſuite du groſſiſſement produit par un verre oculaire donné, que lorſque l'intervalle entre les deux verres $BC = u$ s'évanouit. Or, pour en faire le même jugement dans les autres cas, il faut avoir égard à la grandeur de l'image repréſentée par les deux verres en G. Pour cet effet, ſoit Φ l'angle apparent de l'objet vû ſans verres, & on ſait que la grandeur de l'image repréſentée par le ſeul verre MM en F ſera $= BF \cdot \Phi = f \cdot \Phi$; or celle-ci étant tranſportée par le ſecond verre NN en G, ſa grandeur y ſera $= \frac{DG}{DF} f\Phi = \frac{fg}{f-u}\Phi$. Mais, puiſque la diſtance $AE = e$ eſt infinie, nous avons $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$, donc $f - u = \frac{1}{2}(t-u)$, & partant la grandeur de l'image repréſentée en G ſera $= \frac{u+t}{t-u} g\Phi$. Elle ſera donc préciſément auſſi grande que celle que repréſenteroit un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u} g$. Et c'eſt de là qu'il faut enſuite juger du groſſiſſement, en y appliquant des verres oculaires.

XX.

Pour développer cette formule par la valeur de t trouvée ci-deſſus, nous aurons

$$t+u = \frac{2(m-1)u + (m-1-\lambda(n-1))g + \sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1};$$

$t-u$

$$t-u=\frac{(m-1\lambda(n-1))g+\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

$$2g+u-t=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{m-1},$$

d'où nous tirons la distance de foyer d'un verre objectif simple équivalent

$$\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1+\lambda(n-1))g-\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)},$$

ou bien $\frac{u+t}{t-u}g=\frac{(m-1)(2g+u-t)}{2\lambda(n-1)}$.

Or ces mêmes réductions nous fourniront aussi les distances de foyer de nos deux verres,

$$\frac{p}{m-1}=u+\frac{(m-1-\lambda(n-1))g+\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2(m-1)},$$

$$\frac{q}{n-1}=\frac{2\lambda(n-1)gu-(m-1-\lambda(n-1))gg-g\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)(g+u)},$$

ou bien

$$\frac{q}{n-1}=g-\frac{(m-1+\lambda(n-1))gg-g\sqrt{((m-1-\lambda(n-1))^2gg-4\lambda(m-1)(n-1)gu)}}{2\lambda(n-1)(g+u)}.$$

XXI.

Deſtruction de la confuſion cauſée par l'ouverture des verres.

L'équation trouvée ci-deſſus pour ce deſſein, à cauſe de la diſtance de l'objet EA $=e$ infinie, prend cette forme,

$$P\left(\frac{p}{m-1}\right)^4+Qg^4\left(\frac{q}{(n-1)g-q}\right)^4=0,$$

en déſignant par P & Q les quantités ſuivantes,

P=

$$P = \frac{n-1}{2np}\left(\frac{n^3}{pp} - \frac{n(2n+1)}{pr} + \frac{n+2}{rr}\right),$$

$$Q = \frac{n-1}{2nq}\left(\frac{n^3}{qq} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{n+2}{ss} - \frac{nn}{qg} + \frac{2n}{sg}\right).$$

Or, ſi nous ſubſtituons pour p & q les valeurs déjà trouvées $\frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$ & $\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2gu-t}$, notre équation à réſoudre ſera,

$$P(u+t)^4 + Q(u-t)^4 = o, \text{ ou } Q = -P\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

d'où l'on peut chercher la valeur de r ou celle de s, de ſorte que l'une de ces deux quantités reſte encore arbitraire. Il s'agit donc de réſoudre cette équation,

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = -\frac{n(m-1)q}{m(n-1)p}\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right)\left(\frac{u+t}{u-t}\right)^4,$$

où il eſt bon de remarquer que

$$\frac{(m-1)q}{(n-1)p} = \frac{2g(u-t)}{(2g+u-t)(u+t)} = -\frac{(m-1)(t-u)^2}{\lambda(n-1)(u+t)^2}, \text{ & partant}$$

$$\frac{n+2}{ss} - \frac{n(2n+1)}{qs} + \frac{2n}{gs} + \frac{n^3}{qq} - \frac{nn}{gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right).$$

XXII.

Mais, dès qu'on a choiſi deux eſpeces de verre propres à ce deſſein, & établi un certain rapport entre les quantités $BC = u$ &

$DG = q$, qu'on jugera le plus convenable, l'accompliſſement de la premiere condition fournit d'abord,

$$t = u + \frac{(m-1-\lambda(n-1))g \pm V((m-1-\lambda(n-1))^2 gg - 4\lambda(m-1)(n-1)gu)}{m-1},$$

d'où l'on tire immédiatement les quantités

$$p = \tfrac{1}{2}(m-1)(u+t), \text{ \& } q = \frac{(n-1)g(u-t)}{2g+u-t}, \text{ ou } \frac{q}{p} = -\frac{(t-u)^2}{\lambda(u+t)^2},$$

& ſi l'on donne au premier verre une ouverture dont le diametre $= x$, celui de l'ouverture du ſecond verre NN doit être $y = \frac{t-u}{u+t}x$, à cauſe de $f = \frac{p}{m-1} = \frac{1}{2}(u+t)$. Enſuite ces deux verres, joints enſemble à la diſtance $BC = u$, ſeront équivalens à un objectif ſimple dont la diſtance de foyer eſt $= \frac{u+t}{t-u}g$, quand il s'agit de juger du groſſiſſement, en y appliquant un verre oculaire. Mais, pour détruire la confuſion cauſée par l'ouverture des verres, il faut encore déterminer convenablement les deux quantités r & s, par le moyen de l'équation donnée au §. précédent; & comme cela ſe peut faire d'une infinité de manieres, on choiſira celle qu'on juge la plus propre pour ce deſſein, & alors les rayons des faces des deux verres ſeront déterminés de cette ſorte:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} : \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} : \frac{1}{c} = \frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s} : \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{g}.$$

XXIII.

Il n'y a aucun doute que, parmi toutes les ſolutions que l'équation donnée au §. XXI. fournit, celle-ci ne ſoit la plus convenable, qui donne les faces de nos verres les moins courbées. Or, donnant au premier verre MM une ouverture dont le diametre eſt $= x$, l'arc de ſa face

de

de devant contenu dans l'ouverture ſera la meſure d'un angle $= \frac{x}{a} = \frac{x}{r}$, & de ſa face de derriere $= \frac{x}{b} = x\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right)$. Mais alors, pour l'autre verre N N, le diametre de l'ouverture étant $y = \frac{t-u}{u+t}x$, la face de devant renfermera un arc qui répond à l'angle $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right)$, & celle de derriere $= \frac{t-u}{u+t}x\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right)$. Donc, parmi toutes les ſolutions de ladite équation, celle-là ſera la plus propre, qui procure à ces quatre quantités

$$\frac{1}{r};\ \frac{1}{p} - \frac{1}{r};\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{q} - \frac{1}{s}\right);\ \frac{t-u}{u+t}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{g}\right),$$

telles valeurs, que la plus petite ſoit encore la plus grande qu'il eſt poſſible.

XXIV.

On ne ſauroit entrer dans un plus grand détail ſur le développement de ces formules, pour en faire des tables dont on puiſſe ſe ſervir dans la pratique. Selon les découvertes de Mr. Zeiher, les différentes eſpeces de verres ſont trop nombreuſes, pour qu'on les puiſſe embraſſer dans de telles tables. Ainſi, pour appliquer la théorie à la pratique, je ne vois d'autre moyen, qu'après avoir choiſi deux eſpeces de verre, & en avoir déterminé tant les nombres m & n pour la réfraction moyenne que le rapport entre la diſperſion de chacune, ou le nombre $\lambda = \frac{dm}{dn}$, on faſſe le calcul ſuivant toutes les formules algébriques que j'ai données ici, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la détermination parfaite des deux verres, qui étant compoſés forment un objectif délivré de tous les défauts. Il eſt bien vrai qu'on ne ſauroit exi-

ger une telle adreſſe des ouvriers, & peut-être même que des Géometres qui ne ſont pas ſuffiſamment exercés dans ces ſortes de calculs, y rencontreroient encore beaucoup de difficultés. C'eſt donc pour frayer cette route, que je m'en vais développer le cas pour deux eſpeces de verre données, dont le calcul pourra ſervir de modele dans la ſuite pour faire l'application à toutes les autres eſpeces.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE

aux deux eſpeces de verre de Mr. Dollond, dont ſuivant l'expérience la réfraction du Flintglaſs M *eſt* 1, 58 : 1, *donc* m = 1, 58, *& celle du Crownglaſs* N *comme* 1, 53 : 1, *donc* n = 1, 53. *Or pour la diſperſion le rapport eſt tel que*

$$\frac{dm}{dn} = \lambda = \frac{3}{2}.$$

XXV.

Sur ces valeurs données on fera le calcul ſuivant,

$m = 1,58$	$\lambda = \frac{3}{2};$
$m - 1 = 0,58$	$\lambda(n-1) = 0,795,$
$n = 1,53$	$\lambda(n-1) - m + 1 = 0,215,$
$n - 1 = 0,53$	$4\lambda(m-1)(n-1) = 1,8444,$
	& $(\lambda(n-1) - m + 1)^2 = 0,046225,$

d'où l'on aura pour les formules du §. 22,

$$t = u - \frac{0,215\,g + \sqrt{(0,046225\,gg - 1,8444\,gu)}}{0,58},$$

où j'obſerve que la diſtance BC = u, ne ſauroit être priſe que très petite: donc, puiſqu'il faut toujours admettre quelque diſtance entre les deux verres eu égard à leurs milieux, je ſuppoſerai

$$u = \frac{0,046225}{1,8444}\,g = 0,025\,g,$$

car

car, quoique cette valeur ſoit la plus grande poſſible, on ne la ſauroit ſuppoſer plus petite dans l'exécution. De là nous aurons

$u = 0,025\,g$, & $t = 0,3457\,g$, & enſuite

$u+t = -0,3207g$; $u-t = 0,3707g$; $2g+u-t = 2,3707g$.

XXVI.

Ces valeurs donnent la diſtance de foyer $\frac{p}{m-1}$ du premier verre MM négative, & celle de l'autre NN ou $\frac{q}{n-1}$ poſitive, ſavoir

$$\frac{p}{m-1} = \tfrac{1}{2}(u+t) = -0,1603\,g, \quad \& \quad p = -0,0930\,g,$$

$$\frac{q}{n-1} = \frac{g(u-t)}{2g+u-t} = +0,1564g, \quad \& \quad q = +0,0829g.$$

Si l'on met le diametre de l'ouverture du premier verre MM $= x$, celui du verre NN doit être $= \frac{3707}{3229}\,x = 1,156\,x$, & ces deux verres joints enſemble ſeront équivalens par rapport au groſſiſſement à un verre objectif ſimple dont la diſtance de foyer ſeroit $= \frac{u+t}{t-u}g = 0,8651\,g$. Ces déterminations ſont fournies par la condition, que la confuſion cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons doit évanouir.

XXVII.

Ayant maintenant exprimé par la quantité g les lettres u, t, p & q, prenons l'équation donnée au §. 21, que nous repréſenterons ſous cette forme,

$$\frac{1}{ss} - \frac{n(2n+1)}{(n+2)gs} + \frac{2n}{(n+2)gs} + \frac{n^3}{(n+2)qq} - \frac{nn}{(n+2)gq} = \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}$$
$$\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2\left(\frac{m^3}{pp} - \frac{m(2m+1)}{pr} + \frac{m+2}{rr}\right),$$

qui en ſubſtituant en nombres les valeurs trouvées ſe réduit à

$$\frac{1}{ss} - \frac{21,2269}{gs} + \frac{147,635}{gg} = \frac{68,309}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr} + \frac{0,8668}{gs} - \frac{7,999}{gg},$$

& partant on n'a qu'à réſoudre cette égalité,

$$\frac{1}{ss} = \frac{20,3601}{gs} - \frac{71,327}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr},$$

d'où l'on tire par l'extraction de racine

$$\frac{1}{s} = \frac{10,180}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{32,305}{gg} + \frac{10,586}{gr} + \frac{0,5362}{rr}\right)},$$

où il eſt bon de remarquer que

$$\frac{1}{p} = -\frac{10,752}{g}, \text{ \& } \frac{1}{q} = \frac{12,062}{g}.$$

XXVIII.

Pour trouver des cas propres à la pratique, remarquons qu'il faut éviter ceux où l'une ou l'autre de ces deux fractions $\frac{1}{s}$ & $\frac{1}{r}$, deviendroit trop grande. Pour cet effet, il eſt d'abord clair, que le ſigne radical doit être pris négativement, & enſuite il faut donner l'excluſion à toutes les valeurs poſitives de r, puiſque la valeur de b en réſulteroit trop petite. Après ces remarques développons quelques cas, pour choiſir enſuite celui qui conviendra le mieux à la pratique.

	I.	II.	III.	IV.
$\frac{1}{r} =$	$\frac{0,000}{g}$	$- \frac{1,000}{g}$	$- \frac{2,000}{g}$	$- \frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{s} =$	$\frac{4,497}{g}$	$\frac{5,463}{g}$	$+ \frac{6,537}{g}$	$+ \frac{7,862}{g}$
$\frac{1}{p} =$	$- \frac{10,752}{g}$	$- \frac{10,752}{g}$	$- \frac{10,752}{g}$	$- \frac{10,752}{g}$
$\frac{1}{q} =$	$\frac{12,062}{g}$	$+ \frac{12,062}{g}$	$+ \frac{12,062}{g}$	$+ \frac{12,062}{g}$
$\frac{1}{a} =$	$\frac{0}{g}$	$- \frac{1,000}{g}$	$- \frac{2,000}{g}$	$- \frac{3,000}{g}$
$\frac{1}{b} =$	$- \frac{10,752}{g}$	$- \frac{9,752}{g}$	$- \frac{8,752}{g}$	$- \frac{7,752}{g}$
$\frac{1}{c} =$	$\frac{8,565}{g}$	$\frac{7,599}{g}$	$\frac{6,525}{g}$	$\frac{5,200}{g}$
$\frac{1}{d} =$	$\frac{3,497}{g}$	$\frac{4,463}{g}$	$\frac{5,537}{g}$	$\frac{6,862}{g}$
$a =$	$\infty\ g$	$- 1,000g$	$- 0,500g$	$- 0,333g$
$b =$	$- 0,093\ g$	$- 0,103g$	$- 0,114g$	$- 0,129g$
$c =$	$+ 0,117\ g$	$+ 0,132g$	$+ 0,153g$	$+ 0,192g$
$d =$	$+ 0,286\ g$	$+ 0,224g$	$+ 0,181g$	$+ 0,146g.$

XXIX.

Le dernier cas eſt ſans doute le plus propre pour la pratique, qui nous fournit la conſtruction ſuivante d'un objectif parfait compoſé de deux verres: Fig. 3.

1°. le premier verre formé de flintglaſs MM, eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0,333\ g$, & celui de l'autre face MBM $= 0,129\ g$.

2°.

2°. l'autre verre formé de crownglaſs NN eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant NCN étant = 0, 192 g, & celui de l'autre face NDN = 0, 146 g.

3°. On prend pour g une longueur à volonté, ſelon que le foyer de cet objectif compoſé doit être plus ou moins éloigné. Or, en établiſſant l'intervalle entre les deux verres BC = $\frac{1}{40}$ g, le foyer tombera en G, en ſorte que la diſtance DG = g.

4°. Par rapport au groſſiſſement, cet objectif produira le même effet qu'un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer ſeroit = 0,865g.

5°. Quand on donne au premier verre une ouverture dont le diametre = x, pour l'autre verre NN le diametre de l'ouverture doit être plus grand = 1,156 x. Or le premier verre MM admet tout au plus une ouverture dont le diametre = 0, 064 g, donc celui de l'autre verre ſera = 0,074 g.

6°. Puiſqu'un groſſiſſement de 100 fois en diametre demande une ouverture de 3 pouces, notre objectif ſera propre à groſſir 100 fois quand on prend g = 45 pouces environ; & puiſqu'il eſt équivalent à un objectif ſimple de 39 pouces, l'oculaire à y employer ſera de $\frac{3}{100}$ pouce en foyer.

XXX.

Cet effet qu'une lunette, dont la longueur ne ſeroit pas encore de 4 pieds, groſſiroit les objets 100 fois en diametre, eſt ſans doute fort ſurprenant; mais il faut auſſi conſidérer, que la conſtruction d'un tel objectif demande une exécution ſi exacte des meſures preſcrites, que le moindre défaut eſt toujours d'une grande conſéquence. Cependant, quand un tel objectif n'eſt pas aſſez propre à groſſir 100 fois, il ſera peut être très excellent pour groſſir 50 fois, & cela avec d'autant plus de clarté; & cet effet ſeroit encore très remarquable. Mais, ayant ici employé le flintglaſs pour le verre de devant MM, & le crownglaſs pour l'autre NN; il vaudra bien la peine de changer ces deux eſpeces, & de former le premier verre MM de crownglaſs & l'autre NN de flintglaſs.

CON-

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *eſt fait de Crownglaſs & l'autre* NN *de Flintglaſs, de ſorte que*

$$m = 1,53;\ n = 1,58\ \&\ \lambda = \frac{dm}{dn} = \frac{2}{3}.$$

XXXI.

Par ces valeurs on trouve dabord entre t & u cette équation

$$t = u + \frac{0,14\frac{1}{3}\,g \pm V(0,0205\frac{4}{9}\,gg - 0,8197\frac{1}{3}\,gu)}{0,53},$$

où la plus grande valeur de u eſt $u = \frac{205\frac{4}{9}}{8197\frac{1}{3}}g = 0,025062\,g$, qu'on ne ſauroit prendre plus petite dans la pratique, partant nous aurons $t = u + 0,27044\,g$, & par conſéquent

$u = 0,02506g$; $t = 0,29550g$; $t+u = 0,32056g$; $t-u = 0,27044g$, & $2g + u - t = 1,72956\,g$, d'où nous tirons d'abord les diſtances de foyer des deux verres,

du premier MM - - $\frac{p}{m-1} = 0,16028\,g$,

de l'autre NN - - $\frac{q}{n-1} = -0,15636g$,

& enſuite $lp = 8,9291552$ - - $p = 0,08495\,g$,

$lq = -8,9575632$ - - $q = -0,09069g$,

ou $\frac{1}{p} = \frac{11,77185}{g}$ & $\frac{1}{q} = -\frac{11,02643}{g}$.

Enſuite, poſant le diametre de l'ouverture du premier verre $= x$, celui de l'autre ſera $= 0,8435\,x$. Et cet objectif compoſé doit être regardé comme un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1,1853\,g$.

XXXII.

Maintenant il s'agit de réſoudre l'équation qui renferme les quantités r & s dans le §. 27. où poſant

$\frac{n\,(m-1)}{4m(n-1)(n+2)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 = N$, on trouve $\sqrt{N} = 9,7446983$,

d'où notre équation ſe réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} + \frac{20,2444}{gs} + \frac{133,9559}{gg} = \frac{275,7160}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr} + \frac{0,8827}{gs} + \frac{7,6890}{gg},$$

ou bien à celle-ci,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{21,1271}{gs} + \frac{134,0711}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne

$$\frac{1}{s} = -\frac{10,5635}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{245,6586}{gg} - \frac{40,6219}{gr} + \frac{1,9610}{rr}\right)},$$

où tant $\frac{1}{r}$ que le ſigne radical doit être pris poſitif, afin que les rayons des faces ne proviennent pas trop petits, dont voici les cas principaux:

	I.	II.	III.	IV.	V.
$\frac{1}{p} =$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{11,7718}{g}$
$\frac{1}{q} =$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$	$-\frac{11,0265}{g}$
$\frac{1}{r} =$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{s} =$	$+\frac{5,1099}{g}$	$+\frac{1,3293}{g}$	$-\frac{0,9941}{g}$	$-\frac{2,0475}{g}$	$-\frac{2,9876}{g}$
$\frac{1}{a} =$	$\frac{0}{g}$	$+\frac{3,0000}{g}$	$+\frac{5,0000}{g}$	$+\frac{6,0000}{g}$	$+\frac{7,0000}{g}$
$\frac{1}{b} =$	$\frac{11,7718}{g}$	$+\frac{8,7718}{g}$	$+\frac{6,7718}{g}$	$+\frac{5,7718}{g}$	$+\frac{4,7718}{g}$
$\frac{1}{c} =$	$-\frac{15,1364}{g}$	$-\frac{11,3558}{g}$	$-\frac{9,0324}{g}$	$-\frac{7,9790}{g}$	$-\frac{7,0389}{g}$
$\frac{1}{d} =$	$+\frac{4,1099}{g}$	$+\frac{0,3293}{g}$	$-\frac{1,9941}{g}$	$-\frac{3,0475}{g}$	$-\frac{3,9876}{g}$

XXXIII.

Le dernier cas fournit la forme la plus propre pour la pratique, d'où nous concluons les rayons des faces
$a = +0,1428g$; $b = +0,20956g$; $c = -0,14207g$; $d = -0,25077g$, Fig. 4.
& partant la conſtruction ſuivante de l'objectif:

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $= 0,1428g$, & celui de ſa face de derriere MBM $= 0,20956g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0,1603g$.

2°. L'autre verre NN de flintglaſs eſt concave des deux côtés, le rayon de ſa face de devant NCN étant $= 0,14207g$, & celui

de ſa face de derriere NDN = 0,25077 g, la diſtance du foyer négatif de ce verre ſera = 0, 15636 g.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC eſt encore = $\frac{1}{10}g$, & g marque la diſtance du foyer commun G depuis le dernier verre, ou DG = g. Or les deux verres enſemble produiſent le même groſſiſſement, qu'un objectif ſimple dont la diſtance de foyer = 1,1853 g.

4°. Le diametre de l'ouverture du premier verre ne ſauroit être plus grand que 0,0714 g, d'où pour l'autre verre le diametre de l'ouverture devient = 0,0597 g. Donc, s'il faut trois pouces d'ouverture pour groſſir 100 fois, en exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra groſſir autant de fois 2,38 g, en y ajoutant un oculaire d'un demi-pouce de foyer.

5°. Ainſi, pour groſſir 100 fois en diametre, il faut prendre la diſtance DG = g = 42 pouces, & en y appliquant un oculaire d'un demi-pouce, la longueur de toute la lunette ne montera pas encore à 44 pouces.

XXXIV.

Il eſt bien clair que les objectifs de cette derniere conſtruction, où le premier verre MM eſt de crownglaſs & l'autre NN de flintglaſs, ſont fort préférables à ceux de la conſtruction précédente, où l'ordre des eſpeces étoit renverſé. Car premierement, pour le même groſſiſſement la longueur des lunettes devient un peu plus petite; mais ce qui eſt le principal avantage, on n'eſt pas réduit à un trop petit oculaire, ce qui eſt toujours un grand inconvénient. Ainſi, pour groſſir 100 fois, il falloit dans le premier cas un verre oculaire de $\frac{3}{100}$ pouce, & dans le dernier un de $\frac{1}{2}$ pouce, ce qui paroit bien paradoxe, puiſque la lunette de ce dernier cas eſt plus courte que celle du précédent. On peut donc établir cette regle générale, que quand on veut employer deux différentes eſpeces de verre pour compoſer des objectifs parfaits, il eſt toujours fort avantageux d'employer l'eſpece qui produit la plus grande diſperſion, pour en former le dernier verre NN, qui ſera alors concave, pendant que le premier MM fait du verre ordinaire eſt convexe.

SUP-

SUPPLÉMENT.

XXXV.

En finiſſant ces recherches je reçois une lettre de Mr. Zeiher de Pétersbourg du 30 Janvier 1764. v. ſt. dans laquelle il me communique une deſcription plus détaillée du ſuccès de ſes expériences. Maintenant on ne ſauroit plus douter que ce ne ſoit le plomb, qui entrant dans la compoſition du verre, y produiſe cette ſurprenante diſperſion des rayons. Mr. Zeiher n'a employé que du *Minium* & des cailloux, & les diverſes proportions entre ces deux matieres lui ont fourni les ſix eſpeces de verre, dont la réfraction moyenne & le rapport de la diſperſion à celle du verre commun, qui eſt le même que le crownglaſs d'Angleterre, ſe ſont trouvés de la maniere ſuivante:

	Rapport du Minium aux cailloux.	Réfraction moyenne de l'air dans le verre.	Rapport de la diſperſion à celle du verre commun crownglaſs.
I.	3 : 1	2028 : 1000	4800 : 1000
II.	2 : 1	1830 : 1000	3550 : 1000
III.	1 : 1	1787 : 1000	3259 : 1000
IV.	$\frac{3}{4}$: 1	1732 : 1000	2207 : 1000
V.	$\frac{1}{2}$: 1	1724 : 1000	1800 : 1000
VI.	$\frac{1}{4}$: 1	1664 : 1000	1354 : 1000.

XXXVI.

Par cette table on voit d'abord qu'une plus grande quantité de plomb produit non ſeulement une plus grande diſperſion, mais qu'elle augmente auſſi très conſidérablement la réfraction moyenne. La premiere de ces eſpeces, qui contient trois fois plus de minium que de cailloux, doit paroître extrêmement étrange, puiſque juſqu'ici on n'a connu aucun corps tranſparent, dont la réfraction ait ſurpaſſé la raiſon de 2 à 1; & que la diſperſion de ce verre ſoit preſque 5 fois plus grande que celle du crownglaſs, c'eſt ce qui ſurpaſſera toute croyance pour ceux qui ont douté de cette propriété du flintglaſs, dont l'effet eſt encore

trois fois plus petit. Cependant on remarque dans ces eſpeces un certain rapport entre la réfraction moyenne & la diſperſion, qui pourroit conduire à quelque idée pour concilier ces effets ſurprenans avec les principes de nos connoiſſances.

XXXVII.

Mais voici encore une autre découverte de Mr. Zeiher qui, n'étant pas moins ſurprenante, dérangera toutes les meſures qu'on peut avoir priſes pour expliquer ces phénomenes. Comme les ſix eſpeces rapportées ne contenoient que du minium & des cailloux, Mr. Zeiher s'eſt aviſé d'y mêler auſſi de l'alkali pour donner au verre une conſiſtance plus propre pour les uſages dioptriques; & il a trouvé avec bien de la ſurpriſe que ce mêlange diminue très conſidérablement la réfraction moyenne, ſans preſque rien changer dans la diſperſion. Après pluſieurs eſſais il eſt enfin parvenu à une eſpece de verre de beaucoup ſupérieur au flintglaſs de Mr. Dollond pour la perfection des lunettes, puiſqu'il produit une diſperſion trois fois plus grande que le verre commun, pendant que la réfraction moyenne n'eſt que comme 1, 61 à 1. Cette eſpece excellente de verre mérite bien que j'y applique les calculs algébriques expliqués ci-deſſus, pour en conſtruire des objectifs parfaits à tous égards, en le combinant avec le verre commun de la qualité du crownglaſs d'Angleterre.

CONSTRUCTION DES OBJECTIFS COMPOSÉS

dont le premier verre MM *eſt fait de crownglaſs, & l'autre* NN *de la nouvelle eſpece de verre découverte par Mr. Zeiher.*

XXXVIII.

Nous aurons donc pour la réfraction du premier verre $m = 1, 53$, & pour celle du ſecond $n = 1, 61$; & puis que la diſperſion de celui-ci eſt trois fois plus grande que la diſperſion de celui-là, nous aurons $\frac{dn}{dm} = 3$, & partant $\lambda = \frac{1}{2}$, d'où nous faiſons le calcul ſuivant:

$m-1 = 0,53$; $\lambda(n-1) = 0,20\frac{3}{5}$; $4\lambda(m-1)(n-1) = 0,4310\frac{3}{5}$,
$n-1 = 0,61$; $m-1-\lambda(n-1) = 0,32\frac{2}{3}$; $(m-1-\lambda(n-1)^2 = 0,1067\frac{1}{3}$,
& de là nous obtiendrons

$$t = u + \frac{0,32667g \pm V(0,10671gg - 0,43107gu)}{0,53}.$$

La plus grande valeur de u, ou de l'intervalle entre les deux verres BC, ſera donc $u = \frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{6}{1}\frac{7}{0}\frac{1}{7}g$, ou fort à peu près $u = \frac{11}{14}g$. Or, nonobſtant l'épaiſſeur des verres, qui empêche de diminuer cet intervalle au delà d'une certaine limite, on peut donner à u des valeurs beaucoup plus petites, juſqu'à $u = \frac{1}{40}g$; & partant je m'en vais développer le calcul pour pluſieurs hypotheſes différentes, en ſuppoſant $u = \frac{1}{4}g$; $u = \frac{1}{10}g$; $u = \frac{1}{20}g$; $u = \frac{1}{30}g$; $u = \frac{1}{40}g$.

XXXIX.

Or, puiſque chaque hypotheſe donne deux valeurs pour t, il faut remarquer que la plus grande eſt la plus propre pour la pratique, parce qu'alors les valeurs de $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{q}$ deviennent plus petites, & nous avons vu que cela eſt beaucoup plus avantageux, que ſi ces valeurs étoient plus grandes. Délivrons d'abord notre équation des fractions, pour avoir cette forme plus commode,

$$t = u + 0,61636g + V(0,37990gg - 1,53460gu)$$

Hypo-

Hypotheſes	I.	II.	III.	IV.	V.
$u =$	0,24755 g	0,10000 g	0,05000 g	0,03333 g	0,02500 g
$t =$	0,86391 g	1,19219 g	1,21696 g	1,22304 g	1,22576 g
$u + t =$	1,11146 g	1,29219 g	1,26696 g	1,25637 g	1,25076 g
$t - u =$	0,61636 g	1,09219 g	1,16696 g	1,18971 g	1,20076 g
$2g + u - t =$	1,38364 g	0,90781 g	0,83304 g	0,81029 g	0,79924 g
$\frac{p}{m-1} =$	0,55573 g	0,64610 g	0,63348 g	0,62818 g	0,62538 g
$\frac{-q}{n-1} =$	0,44546 g	1,20311 g	1,40085 g	1,46825 g	1,50238 g
$p =$	0,29453 g	0,34243 g	0,33574 g	0,33294 g	0,33145 g
$-q =$	0,27173 g	0,73390 g	0,85451 g	0,89563 g	0,91645 g
$l\, p : g =$	9,4691397	9,5345723	9,5260088	9,5223635	9,5204198
$l - q : g =$	9,4341410	9,8656348	9,9317199	9,9521304	9,9621089
$y =$	0,55455 x	0,84523 x	0,92107 x	0,94694 x	0,96002 x
$\frac{u+t}{t-u} g =$	1,80326 g	1,18311 g	1,08569 g	1,05603 g	1,04164 g
$\frac{1}{p} =$	$\frac{3,3951}{g}$	$\frac{2,9203}{g}$	$\frac{2,9784}{g}$	$\frac{3,0035}{g}$	$\frac{3,0170}{g}$
$+ \frac{1}{q} =$	$\frac{-3,6801}{g}$	$\frac{-1,3626}{g}$	$\frac{-1,1702}{g}$	$\frac{-1,1165}{g}$	$\frac{-1,0912}{g}$
$l \frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)} \left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2 =$	0,5775049	0,2114389	0,1367999	0,1127391	0,1008213.

XL.

Maintenant, ſi nous poſons ce nombre $\frac{n(m-1)}{\lambda m(n-1)(n+2)}\left(\frac{u+t}{t-u}\right)^2$ pour toutes les hypotheſes $= A$, nous aurons à réſoudre l'équation ſuivante,

$$\frac{1}{ss} = \frac{n(2n+1)}{(n+2)qs} - \frac{2n}{(n+2)gs} - \frac{n^3}{(n+2)qq} + \frac{nn}{(n+2)gq}$$

0,2746312 | 9,9503487 | 0,0629705 | 9,8561446, +

$$+\frac{Am^3}{pp} - \frac{Am(2m+1)}{pr} + \frac{A(m+2)}{rr}$$

$$0,5540742 \mid 0,7932174 \mid 0,5477747,$$

où pour la commodité du calcul j'ai mis ſous chaque terme le logarithme de ſon coëfficient, entant qu'il dépend des nombres n & m, qui ſont les mêmes pour toutes les hypotheſes. Nous n'avons maintenant qu'à développer ces hypotheſes l'une après l'autre.

I Hypotheſe, où l'intervalle $BC = u = 0,24755g$.

XLI.

En faiſant la ſubſtitution des valeurs trouvées pour les quantités p, q & A, nous obtiendrons cette équation,

$$\frac{1}{ss} = -\frac{7,8181}{gs} + \frac{140,2115}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr},$$

dont l'extraction de racine donne,

$$\frac{1}{s} = -\frac{3,9090}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{155,4918}{gg} - \frac{79,7228}{gr} + \frac{13,3438}{rr}\right)}.$$

Ici on voit que, prenant $\frac{1}{r} = 0$, la valeur de $\frac{1}{s}$ deviendroit trop grande: développons donc le cas ſuivant,

$\frac{1}{r} = +\frac{3,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{3,0000}{g}$
$\frac{1}{s} = +\frac{2,1257}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{0,3951}{g}$
$\frac{1}{p} = +\frac{3,3951}{g}$	$\frac{1}{c} = -\frac{4,8058}{g}$
$\frac{1}{q} = -\frac{3,6801}{g}$	$\frac{1}{d} = +\frac{1,1257}{g}$

XLII.

Ce cas comparé à d'autres mérite sans doute la préférence, puisqu'on évite les trop petits rayons des faces; nous aurons donc $a = +0{,}3333g$; $b = +2{,}5310g$; $c = -0{,}2081g$; $d = +0{,}8883g$, & partant on aura cette construction:

Planche XII. Fig. 5. 1°. Le premier verre de crownglass MM est convexe des deux côtés, le rayon de sa face de devant MAM étant $= 0{,}3333g$, & de celle de derriere MBM $= 2{,}5310g$, & le diametre de son ouverture pourra bien être $x = 0{,}1667g$.

2°. Le second verre NN, fait de la nouvelle espece de verre de Mr. Zeiher, est concave par sa face de devant & convexe par celle de derriere, le rayon de sa face de devant NCN étant $= 0{,}2081g$, & de celle de derriere NDN $= 0{,}8883g$, dont l'ouverture doit être prise $= 0{,}0924g$ en diametre.

3°. L'intervalle entre ces deux verres, du milieu de l'un à celui de l'autre, doit être $= 0{,}24755g$, ou presque $= \frac{1}{4}g$, & alors le foyer commun tombera à la distance DG $= g$, & dans le grossissement cet objectif peut être regardé comme un simple, dont la distance de foyer $1{,}80326g$.

4°. En exprimant la distance g en pouces, cet objectif pourra être employé à grossir $5\frac{5}{8}g$ fois, en y joignant un verre oculaire, dont la distance de foyer est $= 0{,}3246$ pouce.

5°. Donc, pour grossir 100 fois en diametre, il suffit de prendre $g = 18$ pouces; & la distance entre les deux verres de l'objectif étant $= 4\frac{1}{2}$ pouces, la longueur de toute la lunette ne sera pas encore de 23 pouces. Elle sera donc presque deux fois plus courte que dans le cas du §. 33.

II Hypothese, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{10}g$.

XLIII.

La substitution des valeurs trouvées pour p, q & A fournit cette équation

$$\frac{1}{55}$$

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3{,}4564}{gs} + \frac{46{,}5767}{gg} - \frac{29{,}5178}{gr} + \frac{5{,}7440}{rr},$$

d'où nous tirons,

$$\frac{1}{s} = \frac{-1{,}7282}{g} + V\left(\frac{49{,}5633}{gg} - \frac{29{,}5178}{gr} + \frac{5{,}7440}{rr}\right).$$

De là faiſons le calcul ſuivant,

$$\frac{1}{r} = \frac{+3{,}0000}{g} \qquad \frac{1}{a} = \frac{+3{,}0000}{g} \qquad a = 0{,}3333\,g$$

$$\frac{1}{s} = \frac{-1{,}8363}{g} \text{ donc } \frac{1}{b} = \frac{-0{,}0797}{g} \text{ \& } b = -12{,}5470\,g$$

$$\frac{1}{p} = \frac{+2{,}9203}{g} \qquad \frac{1}{c} = \frac{-2{,}1989}{g} \qquad c = -0{,}4548\,g$$

$$\frac{1}{q} = \frac{-1{,}3626}{g} \qquad \frac{1}{d} = \frac{+0{,}8363}{g} \qquad d = +1{,}1957\,g.$$

Par-là on comprend qu'il y a quelque choſe à gagner, en donnant à $\frac{1}{r}$ une plus petite valeur, comme $\frac{2}{g}$, d'où nous tirons

$$\frac{1}{r} = \frac{+2{,}0000}{g} \qquad \frac{1}{a} = \frac{+2{,}0000}{g} \qquad a = +0{,}5000\,g$$

$$\frac{1}{s} = \frac{+1{,}9465}{g} \qquad \frac{1}{b} = \frac{+0{,}9203}{g} \qquad b = +1{,}0866\,g$$

$$\frac{1}{p} = \frac{+2{,}9203}{g} \qquad \frac{1}{c} = \frac{-2{,}3091}{g} \qquad c = -0{,}4331\,g$$

$$\frac{1}{q} = \frac{-1{,}3626}{g} \qquad \frac{1}{d} = \frac{+0{,}9465}{g} \qquad d = +1{,}0565\,g.$$

XLIV.

Nous aurons donc la conſtruction ſuivante d'un tel objectif compoſé:

Fig. 6. 1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant MAM étant $a = \frac{1}{2}g$, & de celle de derriere MBM, $b = +\ 1{,}0866\,g$, la diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0{,}6461\,g$, & il admettra une ouverture, dont le diametre $= 0{,}2500\,g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de verre de Mr. Zeiher, eſt ménisque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = -\ 0{,}4331\,g$, & de celle de derriere convexe $d = +\ 1{,}0565\,g$. Sa diſtance de foyer négative ſera $= -\ 1{,}2031\,g$, & le diametre de ſon ouverture doit être $= 0{,}2113\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera BC $= \frac{1}{10}g$, & leur foyer commun tombera à la diſtance DG $= g$, le verre ſimple équivalent aura ſa diſtance de foyer $= 1{,}1831\,g$.

4°. En exprimant la diſtance g en pouces, cet objectif pourra être employé à groſſir $8\frac{1}{3}g$ fois, & alors il y faut appliquer un oculaire de $0{,}14197$ pouce, ou de $\frac{1}{7}$ pouce; & partant pour groſſir 100 fois il faut prendre $g = 12$ pouces, & la diſtance des verres étant $= 1\frac{1}{5}$ pouce, la longueur de la lunette ne ſera pas encore de $13\frac{1}{2}$ pouces, donc tant ſoit peu plus qu'au cas précédent.

III Hypotheſe, où l'intervalle BC $= u = \frac{1}{20}g$.

XLV.

En ſubſtituant pour les lettres p, q & A, les valeurs indiquées ci-deſſus pour cette hypotheſe, on parvient à cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-3{,}0944}{g^4} + \frac{41{,}2133}{gg} - \frac{25{,}3518}{g^r} + \frac{4{,}8370}{rr},$$

d'où l'on tire,

$\frac{1}{s}$

$$\frac{1}{s} = \frac{-1,5472}{g} + V\left(\frac{43,6071}{gg} - \frac{25,3518}{gr} + \frac{4,8370}{rr}\right).$$

Posons $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & le calcul donnera

$\frac{1}{r} = \frac{2,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{+2,0000}{g}$	$a = +0,5000\,g$
$\frac{1}{s} = \frac{1,9530}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{+0,9784}{g}$	$b = +1,0221\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{2,9784}{g}$	$\frac{1}{c} = \frac{-2,1232}{g}$	$c = -0,4710\,g$
$\frac{1}{q} = \frac{-1,1702}{g}$	$\frac{1}{d} = \frac{+0,9530}{g}$	$d = +1,0493\,g.$

A peine trouvera-t-on un autre cas auſſi propre pour la pratique, où aucun des rayons des quatre faces ne devienne plus petit qu'ici.

XLVI.

Voilà donc la conſtruction ſuivante des objectifs compoſés de cette eſpece:

1°. Le premier verre de crownglaſs MM eſt convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces étant de devant $a = 0,5000\,g$, & de derriere $b = 1,0221\,g$, ſa diſtance de foyer eſt $= 0,63348\,g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $x = 0,2500\,g = \frac{1}{4}g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, eſt ménifque, le rayon de ſa face de devant concave étant $c = -0,47109$, & de celle de derriere convexe $d = +1,0493\,g$, ſon foyer négatif tombe à la diſtance de $= 1,4008\,g$, & le diametre de ſon ouverture doit être $y = 0,2303\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera $BC = \frac{1}{20}g$, le foyer commun tombera à la diſtance $DG = g$, & l'objectif ſimple équivalent à ce compoſé aura ſa diſtance de foyer $= 1,0857g$

4°. Exprimant la distance DG en pouces, cet objectif pourroit bien servir à grossir $8\frac{1}{3}\,g$ fois, & alors il y faudroit joindre un oculaire de 0, 1309 pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faudroit prendre $g = 12$ pouces, & la longueur de la lunette seroit un peu plus petite qu'au cas précédent.

IV Hypothese, où l'intervalle $BC = u = \frac{1}{30}\,g$.

XLVII.

En substituant pour les lettres p, q & A, les valeurs trouvées ci-dessus pour cette hypothese, il en résulte cette équation,

$$\frac{1}{ss} = \frac{-2,9933}{gs} + \frac{39,6449}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr},$$

qui donne

$$\frac{1}{s} = \frac{-1,4967}{g} + V\left(\frac{41,8849}{gg} - \frac{24,1876}{gr} + \frac{4,5763}{rr}\right).$$

Soit encore $\frac{1}{r} = \frac{2}{g}$, & nous aurons

$\frac{1}{r} = \frac{+2,0000}{g}$	$\frac{1}{a} = \frac{+2,0000}{g}$	$a = +0,5000\,g$
$\frac{1}{s} = \frac{+1,9406}{g}$	$\frac{1}{b} = \frac{+1,0035}{g}$	$b = +0,9965\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{+3,0035}{g}$	$\frac{1}{c} = \frac{-2,0571}{g}$	$c = -0,4861\,g$
$\frac{1}{q} = \frac{-1,1165}{g}$	$\frac{1}{d} = \frac{+0,9406}{g}$	$d = +1,0631\,g.$

Ce cas est encore le plus propre pour la pratique.

XLVIII.

XLVIII.

Voilà donc encore un verre objectif composé, qui ne differe pas beaucoup du précédent.

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = \frac{1}{2}\,g$, & de celle de derriere $b = 0{,}9965\,g$, la diſtance de foyer de ce verre eſt $= 0{,}6282\,g$, & il pourra bien admettre une ouverture, dont le diametre $= \frac{1}{4}\,g$.

2°. Le ſecond verre NN, fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, eſt ménifque, le rayon de ſa face de devant concavé étant $c = -0{,}4861\,g$, & de la convexe de derriere $d = 1{,}0631\,g$, la diſtance du foyer négatif eſt $= 1{,}4683\,g$, & l'ouverture doit être en diametre $= 0{,}2367\,g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres ſera donc $BC = \frac{1}{30}\,g$, & leur foyer conjoint tombe à la diſtance $DG = g$. Cet objectif compoſé ſera équivalent à un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $= 1{,}0560\,g$.

4°. En exprimant en pouces la diſtance $DG = g$, cet objectif pourroit bien ſervir à groſſir $8\frac{1}{3}\,g$ fois, & alors il y faut joindre un oculaire dont la diſtance de foyer $= 0{,}1267$ pouce. Or, pour chaque groſſiſſement, les lunettes de cette eſpece ſeront tant ſoit peu plus petites, que dans l'hypotheſe précédente.

XLIX.

Il ne vaut pas la peine de développer de la même maniere la cinquieme hypotheſe, où l'intervalle $BC = \alpha$ ſeroit $= \frac{1}{40}\,g$, puiſqu'il n'en réſulteroit aucun nouvel avantage, & qu'il eſt toujours fort important de laiſſer quelque petit intervalle entre les deux verres, pour être enſuite le maître de l'ajuſter le plus avantageuſement ſelon les circonſtances. Car, ſoit que les meſures preſcrites ne ſoyent pas le plus rigoureuſement obſervées dans l'exécution, ſoit qu'on veuille auſſi remédier à la confuſion des oculaires, quand on en veut employer pluſieurs

ſieurs, un petit changement dans la diſtance des deux verres de l'objectif y pourra être employé avec un bon ſuccès: d'ailleurs dans la pratique il eſt fort difficile de juger de la véritable diſtance entre deux verres à cauſe de leur épaiſſeur, & il eſt toujours plus ſûr de la tirer par quelques expériences.

L.

Enſuite, il eſt auſſi impoſſible d'aſpirer à un plus haut degré de perfection, attendu que les objectifs compoſés ſelon les meſures preſcrites, ſi l'on en vouloit retirer tout le profit, demanderoient des oculaires trop petits pour qu'on pût s'en ſervir dans la pratique. Car il faut toujours que l'oculaire transmette dans l'oeil autant de rayons qu'il eſt néceſſaire pour procurer une clarté ſuffiſante. Mais un oculaire de $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{7}$ pouce de foyer admet une trop petite ouverture pour produire cet effet: j'aimerois donc mieux n'employer que des oculaires d'$\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ pouce, & en renonçant ainſi au plus grand groſſiſſement dont ces objectifs ſeroient ſuſceptibles, on pourroit auſſi diminuer conſidérablement leur ouverture, ſans rien perdre de la clarté; & ce nonobſtant ces lunettes ſeroient encore bien 10 fois plus courtes que les ordinaires, qui produiſent le même groſſiſſement, & leur ſeroient de beaucoup ſupérieures à cauſe de la clarté. Auſſi ſur ce pied, en employant de plus grands oculaires, les petites aberrations qu'on ne ſauroit éviter dans l'excéution, ne ſeront plus d'une ſi grande conſéquence.

ADDITION

ſur la conſtruction des objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs.

LI.

Avant que de finir, je dois encore obſerver, que les objectifs compoſés de crownglaſs & de flintglaſs peuvent être portés à un plus haut degré de perfection en mettant l'intervalle entre les deux verres un peu plus petit: car par ce moyen les rayons des quatre faces deviennent premierement plus grands, & enſuite, on gagne auſſi l'avantage

de

de pouvoir faire quelques petits changemens dans ce même intervalle, ce qui ſera ſouvent de la plus grande importance. Pour cet effet, j'ai fait le calcul en ſuppoſant l'intervalle $BC = u = \frac{1}{50}g$, vu qu'on ne le ſauroit gueres faire plus petit, & de là j'ai trouvé les valeurs ſuivantes,

$\frac{1}{r} = \frac{5,0000}{g}$		$\frac{1}{a} = \frac{5,0000}{g}$		$a = +\ 0,2000\,g$
$\frac{1}{s} = -\frac{0,9509}{g}$		$\frac{1}{b} = \frac{3,7351}{g}$		$b = +\ 0,2677\,g$
$\frac{1}{p} = \frac{8,7351}{g}$		$\frac{1}{c} = -\frac{5,1216}{g}$		$c = -\ 0,1953\,g$
$\frac{1}{q} = -\frac{7,0725}{g}$		$\frac{1}{d} = -\frac{1,9509}{g}$		$d = -\ 0,5126\,g.$

LII.

De là nous tirons la conſtruction ſuivante des objectifs compoſés de cette eſpece:

1°. Le premier verre MM fait de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, le rayon de ſa face de devant étant $a = 0,2000\,g$, & de celle de derriere $b = +\ 0,2677\,g$.

La diſtance de foyer de ce verre ſera $= 0,2160\,g$, & il pourra ſouffrir une ouverture dont le diametre $x = 0,1000\,g = \frac{1}{10}g$.

2°. L'autre verre NN eſt concave des deux côtés, & fait de flintglaſs, le rayon de ſa face de devant étant $c = -\ 0,1953\,g$, & de celle de derriere $d = -\ 0,5126\,g$; la diſtance de foyer de ce verre ſera donc négative $= -\ 0,2438\,g$, & ſon ouverture doit être $= 0,091\,g$ en diametre.

3°. Ces verres doivent être joints enſemble de façon, que l'intervalle entr'eux ſoit $= \frac{1}{50}g$: & leur foyer commun tombera à la diſtance

DG $=$ g. Par rapport au groſſiſſement ils produiront le même effet qu'un objectif ſimple, dont la diſtance de foyer eſt $=$ 1,1020 g.

4°. En exprimant en pouces la diſtance g, & comptant 3 pouces d'ouverture en diametre pour groſſir 100 fois, cet objectif pourra être employé à groſſir $\frac{10}{3}g$ fois, en y appliquant un oculaire de $\frac{3}{100}\frac{3}{000}$ pouce de foyer, ou preſque de $\frac{1}{3}$ pouce. Donc, pour groſſir 100 fois, il faut prendre g $=$ 30 pouces, & partant les rayons des faces,

a $=$ + 6 pouces; b $=$ + $8\frac{31}{100}$ pouces; c $=$ − $5\frac{15}{100}$ pouces;

d $=$ − $15\frac{37}{100}$ pouces,

la diſtance de foyer du premier verre MM $=$ $6\frac{48}{100}$ pouces, & celle de l'autre NN négative $=$ $7\frac{31}{100}\frac{4}{000}$ pouces, le diametre de l'ouverture du premier $=$ 3 pouces, & de l'autre $=$ $2\frac{3}{4}$ pouces. Enſuite l'intervalle BC $=$ $\frac{3}{5}$ pouce, & la diſtance DG $=$ 30 pouces, avec la diſtance de foyer de l'oculaire $=$ $\frac{1}{3}$ pouce, donneront la longueur de cette lunette de 31 pouces, qui groſſiſſant 100 fois ſera équivalente à une lunette ordinaire de plus de 30 pieds.

Quand on n'y voudroit employer qu'un oculaire de $\frac{2}{3}$ pouce de foyer, le groſſiſſement ſe réduiroit à la moitié, & en diminuant l'ouverture d'un tiers ou d'un quart ſeulement, on obtiendroit des lunettes qui auroient plus de clarté & dont l'effet ſeroit toujours fort ſurprenant.

LIII.

Voici encore une autre conſtruction pour les cas où l'intervalle BC $=$ u peut être diminué juſqu'à $\frac{1}{100}g$:

1°. Le premier verre MM de crownglaſs eſt convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces étant a $=$ 0,2500g, & b $=$ 0,2820g, & ſa diſtance de foyer $=$ 0,2500 g: il ſouffrira une ouverture dont le diametre x $=$ $\frac{1}{8}g$.

2°. L'autre verre NN de flintglaſs eſt concave des deux côtés, les rayons de ſes faces étant c $=$ − 0,2536 g & d $=$ − 0,6598 g, & ſa diſtance de foyer $=$ − 0,3159 g.

3°.

3°. L'intervalle entre ces deux verres doit être $BC = \frac{1}{75} g$, & le foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g, cet objectif pourra grossir $\frac{25}{0} g$ fois, moyennant un oculaire de $\frac{1}{4}$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il faut prendre $g = 24$ pouces, par où ces lunettes seront plus courtes que les précédentes.

LIV.

On peut encore raffiner sur cette construction, en changeant tant soit peu la valeur de r, pour que les deux rayons a & b deviennent égaux entr'eux; par-là non seulement l'exécution sera plus aisée, mais ces objectifs seront aussi susceptibles d'une plus grande ouverture.

1°. Le premier verre MM fait de crownglass est également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $a = b = 2,26504 g$. Sa distance de foyer sera $= 0,25004 g$, & il admettra une ouverture dont le diametre $= 0,1325 g$.

2°. l'autre verre NN fait de flintglass est concave des deux côtés, & le rayon de sa face de devant $c = -0,24233 g$, & de celle de derriere $d = -0,75041 g$; par où sa distance de foyer négative sera $= -0,31536 g$; & le diametre de son ouverture $= 0,1272 g$.

3°. L'intervalle entre ces deux verres BC doit être $= \frac{1}{75} g$, & leur foyer commun tombera à la distance $DG = g$. Dans le grossissement il doit être regardé comme un objectif simple de 1, 0416 g de foyer.

4°. Exprimant en pouces la distance g, cet objectif pourra servir à grossir $4\frac{2}{5} g$ fois, moyennant un oculaire dont la distance de foyer $= 0,2367$ pouce. Donc, pour grossir 100 fois, il suffit de prendre $g = 23$ pouces, par où ces lunettes seront encore un peu plus courtes que les précédentes.

LV.

On ne ſauroit douter que ces objectifs compoſés ne ſoyent les plus excellens qu'on puiſſe conſtruire de ces deux eſpeces de verre: & quand l'exécution réuſſit, on y pourra employer un ou pluſieurs oculaires & tel arrangement qu'on jugera le plus convenable. Pour cet effet, il eſt de la derniere importance de joindre les deux verres qui compoſent l'objectif en ſorte, qu'à l'aide d'une vis fort ſubtile on puiſſe produire des changemens preſque infiniment petits dans la diſtance entre ces deux verres, puiſque par ce moyen on ſera en état de remédier auſſi à la confuſion que les verres oculaires pourroient produire. J'ai déjà expoſé dans quelques Mémoires tout ce qui regarde le plus avantageux arrangement des verres oculaires pour procurer aux lunettes le plus grand champ apparent; & il eſt aiſé d'appliquer les regles que j'y ai preſcrites, aux objectifs compoſés, dont je viens d'enſeigner la conſtruction; par ce moyen on portera les lunettes au plus haut degré de perfection dont elles ſoyent ſuſceptibles par leur nature.

ARRANGEMENT DES VERRES OCULAIRES

pour tirer le plus grand profit des objectifs dont la conſtruction eſt ici expliquée.

LVI.

Quelques eſpeces de verre qu'on veuille employer dans la conſtruction des objectifs compoſés, dont je viens de donner la deſcription, la diſtance g, à laquelle tombe le foyer d'un tel objectif derriere le ſecond verre, donne d'abord la diſtance de foyer d'un verre objectif ſimple, qui lui ſeroit équivalent dans la combinaiſon avec les oculaires. Soit donc p cette diſtance de foyer, & nous avons vû qu'elle eſt un peu plus grande que la diſtance g; poſons donc $p\ (1 + \alpha)\ g$, & que l'objectif ſimple équivalent ſoit placé devant l'objectif compoſé, à la diſtance $= \alpha g$ depuis le dernier verre. Enſuite, le plus petit des rayons des quatre faces de l'objectif détermine le diametre de l'ouverture que l'objectif compoſé ſupportera; ſoit donc x le

dia-

diametre de cette ouverture, & j'ai ſuppoſé juſqu'ici qu'on le puiſſe prendre égal à la moitié du plus petit rayon des faces, ce qui réuſſiroit peut-être, ſi l'on étoit en état d'exécuter à la derniere rigueur les meſures preſcrites. Mais pour la plûpart on ſera obligé de ne donner à x, que le tiers ou même le quart du plus petit rayon. Enfin, ce diámetre de l'ouverture nous découvre le groſſiſſement que l'objectif ſera capable de produire; exprimons donc le groſſiſſement par le nombre m, qui marque combien de fois le diametre apparent des objets ſera multiplié; & puiſque ſuivant la regle établie par Hughens, une ouverture de trois pouces en diametre ſuffit pour groſſir 100 fois, ſi le diametre x eſt donné en pouces, la proportion $3 : 100 = x : m$ fournit $m = \frac{100}{3} x$. Mais, pour procurer plus de clarté, ce qui eſt abſolument néceſſaire quand on veut employer pluſieurs oculaires, il ſera bon de ne prendre que $m = 25x$, ou même $m = 20x$.

LVII.

Ayant ainſi établi pour un objectif compoſé 1°. la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent $p = (1 + \alpha) g$. 2°. le diametre de l'ouverture que l'objectif compoſé ſupporte $= x$, & 3°. le groſſiſſement m, qu'il eſt capable de produire, je vais détailler les arrangemens ſuivans des oculaires que j'ai expoſés & démontrés ailleurs, pour quelque nombre d'oculaires qu'on veuille employer. Ces arrangemens ſemblent les plus propres, tant pour procurer le plus grand champ apparent, que parce qu'on on eſt le maître de donner aux oculaires une auſſi grande diſtance de foyer qu'on jugera à propos, tandis que ſi l'on vouloit ſuivre la conſtruction des tubes aſtronomiques, on ſeroit obligé d'employer des oculaires d'autant plus petits, que les objectifs ſeroient plus parfaits. Soit donc MMNN le verre objectif compoſé, dont le diametre d'ouverture MM $= x$, & ayant prolongé ſon axe AO à l'infini, le ſecond verre QQ doit toujours être placé au foyer de l'objectif de ſorte, que la diſtance $aB = g$. Or, tant la diſtance de foyer de ce ſecond verre QQ, que ſa grandeur ou ouverture, de même que les autres oculaires ſuivans, doivent être réglés ſur le nom- Fig. 7.

bre des oculaires qu'on veut employer, comme je le ferai voir dans les devis ſuivans, après avoir remarqué en général, que tous les oculaires ſont également convexes des deux côtés, & que la grandeur du dernier oculaire eſt arbitraire, dont je poſerai ici la diſtance de foyer $= z$, qu'on pourra prendre enſuite, ou d'un pouce, ou plus grande, comme on jugera à propos; enfin le point O marque le lieu de l'oeil. Il ſera auſſi fort avantageux de faire tous les oculaires de cette eſpece de verre qui cauſe la plus grande réfraction moyenne, parce que ces verres ſeront ſuſceptibles d'une plus grande ouverture pour la même diſtance de foyer.

I Devis, de telles lunettes à 4 verres oculaires.

LVIII.

Ayant pris la diſtance $aB = g$, les diſtances de foyer des oculaires, leurs diametres d'ouverture & les intervalles doivent être déterminés de la maniere ſuivante:

	Diſtance de foyer.	Diametre de l'ouverture.	Intervalles entre les verres.
du verre QQ	$= \frac{3p}{m+3}$	$QQ = \frac{3p}{4m}$	$BC = \frac{3p}{m}$
du verre RR	$= \frac{6z}{p+2mz}p$	$RR = \frac{3x}{m}$	$CD = 4z$
du verre SS	$= 2z$	$SS = z$	$DE = 2z$
du verre TT	$= z$	$TT = \frac{1}{2}z$	$EO = \frac{2}{3}z$

La longueur de ces lunettes depuis le dernier verre NN de l'objectif ſera donc $aO = g + \frac{3p}{m} + 6\frac{2}{3}z$, & elles découvriront un champ dont le diametre ſera de $\frac{2578}{m}$ minutes.

II De-

II Devis, de telles lunettes à 5 verres oculaires.

LIX.

Que l'on conçoive dans la figure encore une verre UFU, avant que de parvenir à l'oeil O, & on aura pour la conſtruction les meſures ſuivantes,

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= \frac{5p}{m+5}$	QQ $= \frac{5p}{4m}$	BC $= \frac{5p}{m}$
du verre RR $= \frac{15zp}{2p+3mz}$	RR $= \frac{5x}{m}$	CD $= 6z$
du verre SS $= 3z$	SS $= \frac{3}{2}z$	DE $= z$
du verre TT $= \frac{5}{2}z$	TT $= \frac{5}{4}z$	EF $= z$
du verre UU $= z$	UU $= \frac{1}{2}z$	FO $= \frac{2}{5}z$

La longueur de cette lunetre depuis l'objectif ſera donc $aO = g + \frac{5p}{m} + 8\frac{2}{5}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{4296}{m}$ minutes.

III Devis, de telles lunettes à 6 verres oculaires.

LX.

Qu'on ſe repréſente dans la figure encore un verre VGV avant l'oeil O, & les verres doivent être formés & diſpoſés de la maniere ſuivante :

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre QQ $= \frac{7p}{m+7}$	QQ $= \frac{7p}{4m}$	BC $= \frac{7p}{m}$
du verre RR $= \frac{476zp}{55p+68mz}$	RR $= \frac{7x}{m}$	CD $= \frac{40}{55}z$
du verre SS $= \frac{204}{55}z$	SS $= \frac{102}{55}z$	DE $= \frac{51}{110}z$
du verre TT $= \frac{153}{44}z$	TT $= \frac{153}{88}z$	EF $= \frac{9}{11}z$
du verre UU $= \frac{9}{4}z$	UU $= \frac{9}{8}z$	FG $= \frac{1}{2}z$
du verre VV $= z$	VV $= \frac{1}{2}z$	GO $= \frac{2}{7}z$

Donc la longueur de ces lunettes depuis l'objectif ſera $nO = g + \frac{7p}{m} + 9\frac{17}{35}z$, & le diametre du champ apparent contiendra $\frac{6014}{m}$ minutes.

Exemple d'une telle lunette.

LXI.

Tirons la conſtruction de l'objectif du §. 48. en poſant la diſtance $g = 50$ pouces, & nous aurons pour le verre MM, fait de crownglaſs & convexe des deux côtés, les rayons de ſes faces,

de celle de devant = 25 pouces (convexe),

de celle de derriere = 49, 82 pouces (convexe),

dont la diſtance de foyer ſera = 31, 41 pouces.

L'autre verre NN eſt fait de la nouvelle eſpece de Mr. Zeiher, en prenant les rayons de ces faces,

de celle de devant = 24, 30 pouces (concave),

de celle de derriere = 53, 15 pouces (convexe),

par où la diſtance négative de ſon foyer ſera = 73, 41 pouces. Ces deux verres ſont joints enſemble de façon, qu'il reſte un intervalle entr'eux = $1\frac{2}{3}$ pouce; mais il eſt bon de ne fixer cer intervalle qu'après y avoir

y avoir joint tous les verres oculaires, puiſqu'un petit changement ſera peut-être capable de détruire auſſi la confuſion cauſée par les verres oculaires.

LXII.

Or le foyer de cet objectif compoſé tombera à la diſtance de $g = 50$ pouces, & la diſtance de foyer de l'objectif ſimple équivalent ſera $p = 52,80$ pouces. Maintenant, pour l'ouverture de ce verre, quand il eſt bien exécuté, il ſemble qu'on pourroit lui donner un diametre $x = 10$ pouces, au moins au premier verre MM, & à l'autre NN il ſuffit de faire ſon ouverture de $9\frac{1}{2}$ pouces en diametre. Et partant cet objectif pourra bien être employé à groſſir 200 fois en diametre, avec un très grand degré de clarté. Ayant donc $g = 50$ pouces, $p = 52\frac{4}{5}$ pouces, $x = 10$ pouces, & $m = 200$, ſi nous donnons au dernier oculaire un pouce de foyer, de ſorte que $z = 1$, le cas de 6 oculaires nous fournit cette conſtruction de la lunette, après avoir pris la diſtance $aB = 50$ pouces,

Diſtance de foyer.	Diametre.	Intervalles.
du verre $QQ = 1,785$	$QQ = 0,462$	$BC = 1,848$
du verre $RR = 1,523$	$RR = 0,350$	$CD = 7,418$
du verre $SS = 3,709$	$SS = 1,855$	$DE = 0,464$
du verre $TT = 3,477$	$TT = 1,739$	$EF = 0,818$
du verre $UU = 2,250$	$UU = 1,125$	$FG = 0,500$
du verre $VV = 1$ pouce	$VV = \frac{1}{2}$ pouce	$GO = 0,285$

LXIII.

La longueur de toute cette lunette, en y ajoûtant l'épaiſſeur de l'objectif, provient préciſément de 63 pouces, ou bien de $5\frac{1}{4}$ pieds, & puiſqu'elle groſſit les objets 200 fois en diametre, & cela avec beaucoup plus de clarté & plus diſtinctement qu'un tube aſtronomique de 120 pieds, qui groſſiroit à peu près autant, l'effet de cette nouvelle lunette ſurpaſſera de bien loin tout ce qu'on pourroit attendre d'un Téleſ-

cope beaucoup plus long. Mais le champ apparent y ajoûte encore un avantage très conſidérable, puiſque cette lunette découvrira au ciel un eſpace de 30 minutes en diamere, pendant qu'un téleſcope du même groſſiſſement en découvriroit à peine un de 5 minutes. Ces oculaires, depuis le premier en B juſqu'au dernier en G, avec l'oeil O, ſont repré-
Fig. 8. ſentés dans la fig. 8, ſur une échelle qui réduit les véritables grandeurs environ à la moitié.

LXIV.

Tous ces oculaires contribueront fort peu à augmenter la confuſion, à l'exception du troiſieme petit verre RR, qui nonobſtant ſa petiteſſe pourroit bien produire une confuſion trop conſidérable pour être détruite par un petit changement dans l'objectif. Mais j'ai déjà expoſé ailleurs un moyen de remédier à ce défaut, qui eſt de compoſer ce verre de deux petites lentilles, dont voici la conſtruction en poſant r pour la diſtance de foyer que ce verre entier doit avoir,

de la premiere lentille qui regarde l'objectif

le rayon de ſa face de $\begin{cases} \text{devant} = +\ 0,7481\ r \\ \text{derriere} = +\ 1,0125\ r, \end{cases}$

de l'autre lentille qui regarde l'oeil

le rayon de ſa face de $\begin{cases} \text{devant} = -\ 0,5088\ r \\ \text{derriere} = +\ 0,6657\ r. \end{cases}$

Cette précaution ne manquera pas de faire mieux réuſſir la conſtruction de ces lunettes.

CON-

Fig. 1.

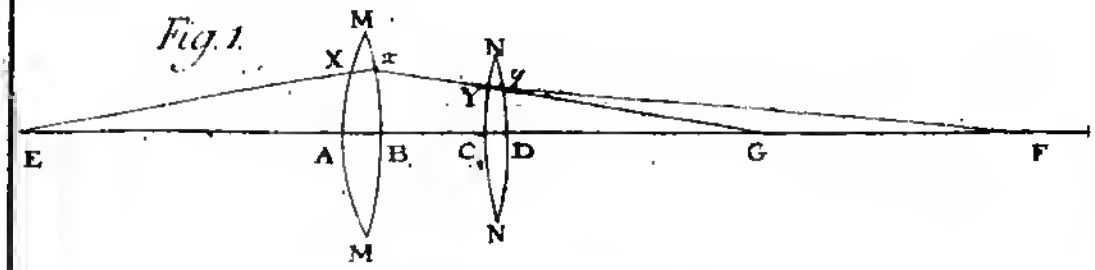

Fig. 2.

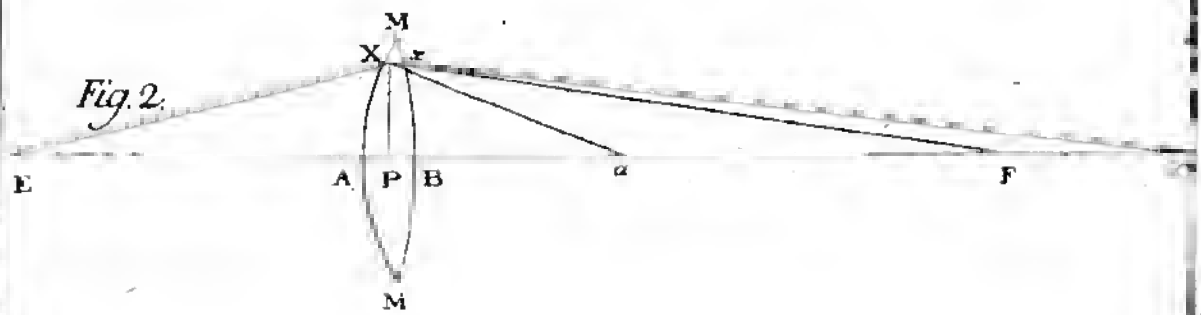

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

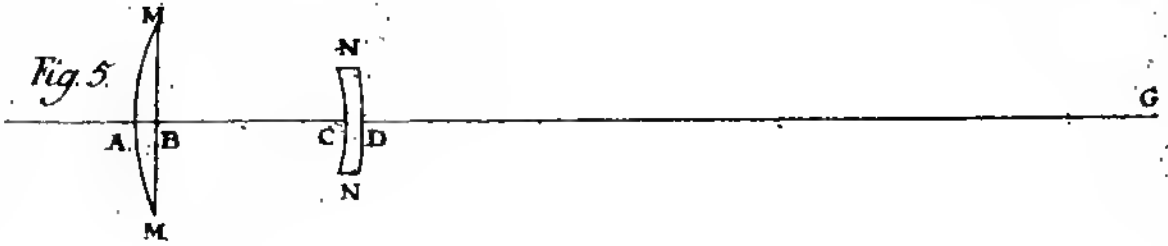

Fig. 6.

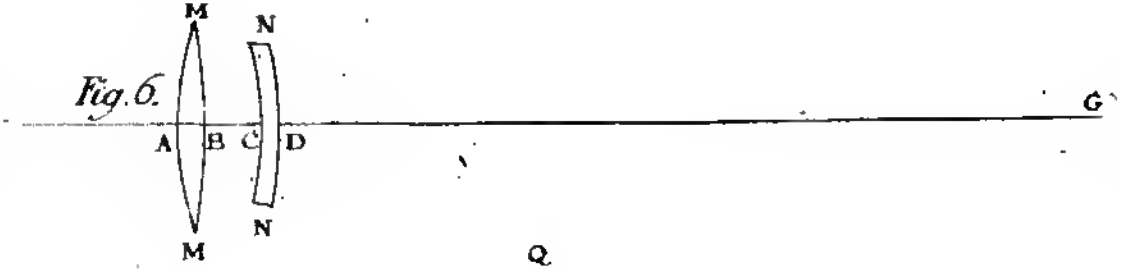

Fig. 7.

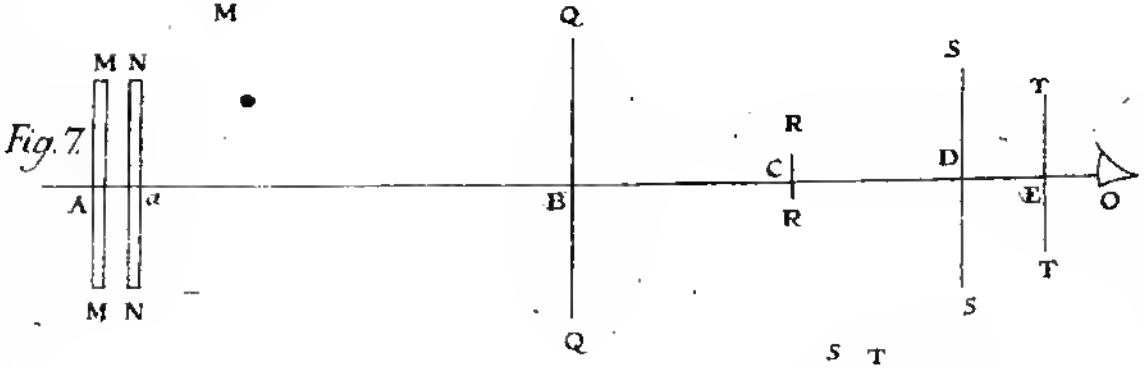

Fig. 8.

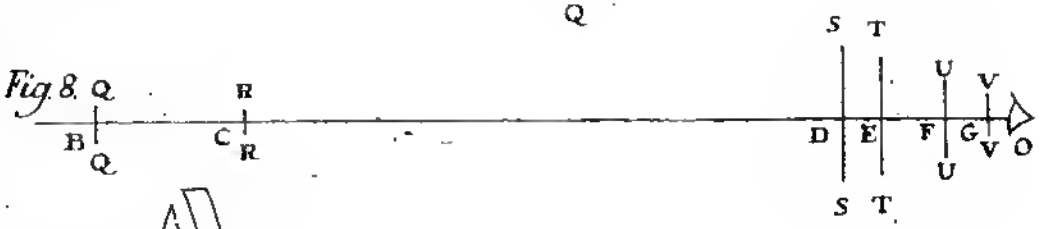
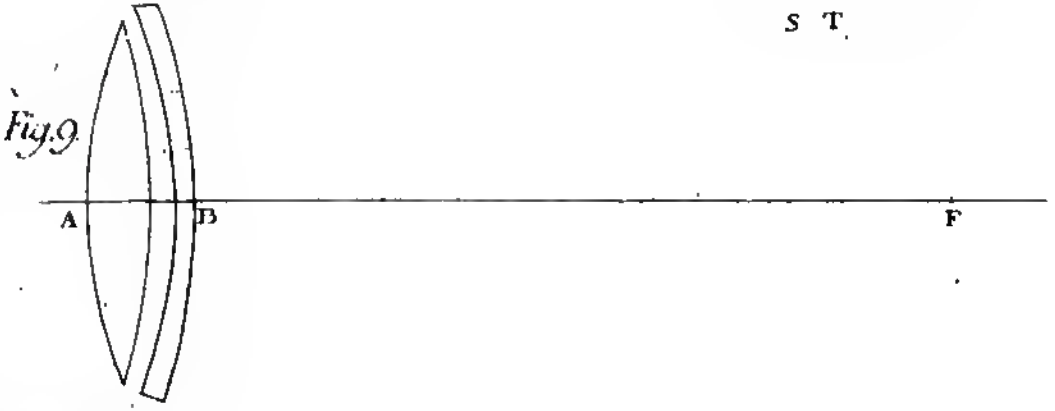
Fig. 9.